Dr. C. Scharlach
Dipl.-Math. U. Skambraks Mathematisches Professionswissen für das Lehramt an Grundschulen

Klausur

11.08.2016

Name: ____________________ **Vorname:** ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Das ist mein/e ☐ erster Versuch. ☐ 1.Wiederholung. ☐ 2. Wiederholung.

Bevor Sie anfangen:

- Auf Ihrem Tisch sollte sich nichts befinden, abgesehen von Schreibutensilien, Ihrem handgeschriebenen Spickzettel, einem Lichtbildausweis, Ihrem Studentenausweis und evtl. einer Trinkflasche/Nervennahrung. Sie benötigen keinen Taschenrechner und auch kein Handy!
- Schreiben Sie bitte gut leserlich und nicht mit Bleistift!
- Bei den Aufgaben 13 und 14 stehen Ihnen jeweils zwei Aufgaben zur Wahl! Bearbeiten Sie jeweils nur eine der beiden Aufgaben und kennzeichnen Sie deutlich, welche Aufgabe gewertet werden soll, indem Sie die nicht gewählte Aufgabe durchstreichen.
- Zum Bestehen der Klausur sind 50% der Punktzahl erforderlich. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

Nur vom Korrektor auszufüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	$\sum$	Note
max. Pkt	2	1	1	1	1	1	2	2	12	4	10	8	10	6	61	

Unterschrift Dozentin:

Teil I

In diesem Teil müssen KEINE Begründungen angegeben werden!

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Geben Sie an, ob die folgende Aussage jeweils stimmt oder nicht.

(a) $31_{(g)}$ ist für **kein** $g \in \mathbb{N}$ durch 2 teilbar.

(b) $22_{(g)}$ ist für **alle** $g \in \mathbb{N}$, mit $g > 2$, durch 2 teilbar.

a) falsch (Beispiel: $31_5 = 16$, wird nicht verlangt!) - 1 Punkt
b) richtig - 1 Punkt

Aufgabe 2 (1 Punkt)
Bestimmen Sie die Darstellung im Binärsystem für $231_{(4)}$.

101101_2 (45 im Zehner) - 1 Punkt

Aufgabe 3 (1 Punkt)
Wie verändert sich das Volumen eines Würfels, wenn die Seitenlänge verdoppelt wird?

Verachtfacht - 1 Punkt

Aufgabe 4 (1 Punkt)
$2456 : 4 = 614$
Was ist dann $24,56 : 0,004$? (Das Ergebnis reicht!)

6140 (recht einfach über Kommaverschiebung machbar) - 1 Punkt

In diesem Teil müssen KEINE Begründungen angegeben werden!

Aufgabe 5 (1 Punkt)
Ute sagt: „Im Zahlenlotto 6 aus 49 ist die Dreizehn in der letzten Zeit viel seltener als die anderen Kugeln gezogen worden. Nach dem Gesetz der großen Zahlen gleicht sich der Rückstand aber wieder aus. Deshalb ist die Ziehungswahrscheinlichkeit der Dreizehn jetzt etwas höher."

Malte meint, dass Ute recht hat, aber ihre Begründung falsch ist.

Robert sagt: „Die Dreizehn kann nach dem Gesetz der großen Zahl gar nicht seltener gezogen worden sein als andere Kugeln."

Paula behauptet, dass Ute nicht recht hat, begründet dies aber nicht weiter.

Welche der vier Aussagen stimmt?

Paula - 1 Punkt

Aufgabe 6 (1 Punkt)
Sei $S = \{P \in \mathbb{E} \mid P \in k(M;r) \cap k(N;s)\}$.
Die Punkte M und N haben die Koordinaten $M = (0,0)$ und $N = (2,0)$. Bestimmen Sie r und s, so dass $card(S) = 1$.

es gibt viele Möglichkeiten, z.B. $r = 1$ und $s = 1$. Hauptsache $r + s = 2$. - 1 Punkt

Aufgabe 7 (2 Punkte)
In dem Rechenausdruck $34 \cdot 34 - 33 - 1$ soll ein Paar Klammern gesetzt werden.

(a) Setzen Sie die Klammern so, dass sich der Wert des Rechenausdrucks nicht ändert.

(b) Setzen Sie die Klammern so, dass der Wert des Rechenausdrucks 0 ist.

a) $(34 \cdot 34 - 33 - 1)$ oder $(34 \cdot 34) - 33 - 1$ - 1 Punkt
b) $34 \cdot (34 - 33 - 1)$ - 1 Punkt

Aufgabe 8 (2 Punkte)
Existieren Dreiecke mit den angegebenen Seitenlängen? Geben Sie nur „ja" oder „nein" als Antwort.

(a) $a = 4cm \quad b = 5cm \quad c = 6cm$

(b) $a = 12cm \quad b = 5cm \quad c = 7cm$

(c) $a = 5,3km \quad b = 5,5km \quad c = 600m$

(d) $a = 123mm \quad b = 8cm \quad c = 0,3dm$

a) ja b) nein c) ja d) nein - jeweils $\frac{1}{2}$ Punkt

Teil II

Aufgabe 9 (12 Punkte)
Malte fragt, warum für die Addition von Brüchen nicht die folgende Regel gilt:

Zähler + Zähler und Nenner + Nenner

(a) Zeigen Sie, dass diese Regel im Widerspruch zu der Addition der natürlichen Zahlen steht.

(b) Eine natürliche Zahl ist als Kardinalzahl definiert. Wie ist dann die Addition zweier natürlicher Zahlen definiert?

(c) Veranschaulichen Sie die Addition von $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ mit Hilfe einer geeigneten Darstellung.

a) nach obiger Regel würde gelten: $4 = 2 + 2 = \frac{4}{2} + \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$ - 4 Punkte, zwei für Idee Gegenbeispiel/Widerspruch, zwei für Zsh $\mathbb{N}$ und $\mathbb{B}$
b) A und B Mengen, mit $A \cap B = \emptyset$, $a = card(A)$, $b = card(B)$, dann ist $a + b = card(A \cup B)$ - 4 Punkte, zwei für $a = card(A)$ o.Ä., zwei für disjunkte Vereinigung
c) mit Messen (Längen) oder Rechteck z.B. - 4 Punkte, zwei Veranschaulichung Brüche allgemein, zwei Veranschaulichung Addition

Aufgabe 10 (4 Punkte)
Veranschaulichen Sie die Aussage des folgenden Satzes durch eine Skizze:

g und h seien zwei Geraden, die sich in einem Punkt Z schneiden, ferner A, B, A^*, B^* Punkte mit $A, B \in g \setminus \{Z\}$ und $A^*, B^* \in h \setminus \{Z\}$.

Dann gilt: $AA^* \parallel BB^* \Rightarrow \frac{l(ZA)}{l(ZB)} = \frac{l(ZA^*)}{l(ZB^*)}$

Hinweis: Notation ist analog zu LV und Holland!

Strahlensatz, Skizze mit Bezeichnungen und passender Formel - 4 Punkte, zwei für Skizze, zwei für richtige Beschriftung

Aufgabe 11 (10 Punkte)
Es soll eine Tangente an einen Kreis $k(M;r)$ durch einen Punkt P außerhalb des Kreises konstruiert werden.

(a) Fertigen Sie eine Skizze an.

(b) Geben Sie eine kurze Konstruktionsbeschreibung an. Sie müssen nicht jeden einzelnen Schritt begründen, jedoch müssen Sie begründen, warum Sie tatsächlich die Tangente konstruiert haben!

Tipp: Satz des Thales

a) Skizze mit rechtem Winkel (!) - 4 Punkte, zwei für Kreis mit Berührpunkt, zwei für rechten Winkel
b) Strecke $\overline{MP}$, Mittelpunkt Z, Thaleskreis K um Z durch M und P, Schnittpunkt S von Kreis K mit $K(M;r)$, Gerade durch S und P - 6 Punkte, zwei für Strecke, Mittelpunkt und Thaleskreis, zwei für Schnittpunkt und Gerade durch S und P, zwei für richtige Anwendung Satz des Thales

Aufgabe 12 (8 Punkte)
Geben Sie jeweils passende Datensätze zu folgenden Zentralwerten an:

(a) Median: 50, arithmetisches Mittel: 10, Datensatz mit 4 Werten

(b) Median: 4, Modalwert: 2, Datensatz mit 6 Werten

(c) Modalwert: 2, arithmetisches Mittel: 4, Datensatz mit 9 Werten

viele Möglichkeiten - 8 Punkte, zwei für richtige Definition von Median, Modalwert, ar. Mittel, zwei jeweils für a), b), c) - falls keine Definition angegeben, aber die Datensätze richtig, wurden die Definitionen richtig benutzt, also Punkte für Def. auch

Aufgabe 13 (10 Punkte - **erste Wahlaufgabe**)
Wählen Sie zwischen 1) und 2)! Nur eine dieser Aufgaben wird gewertet! Streichen Sie die nicht gewählte Aufgabe deutlich durch!

1) Auf den natürlichen Zahlen wird eine Relation definiert wie folgt:
   Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{N}$. $(a, b)\ R\ (c, d)$ genau dann, wenn $a + d = c + b$.

   (a) Geben Sie 3 verschiedene Repräsentanten der Äquivalenzklasse von $(0, 1)$ an.

   (b) Geben Sie die Äquivalenzklasse von $(0, 1)$ in Mengenschreibweise an.

   (c) Begründen Sie, dass diese Relation symmetrisch ist.

2) (a) Woran erkennt man, ob eine Zahl durch 60 teilbar ist?

   (b) Formulieren Sie eine passende Regel unter Verwendung der Teilbarkeitsregeln aus der LV. Verwenden Sie möglichst nur die unbedingt benötigten und erläutern Sie kurz Ihre Vorgehensweise. Sie müssen die Regel nicht beweisen!

   (c) Bestimmen Sie die erste Ziffer so, dass die 6-stellige Zahl $\_\_\_27240$ durch 60 teilbar ist.

1) a) das ist quasi -1, daher z.B. $(2, 3)$, $(4, 5)$, $(7, 8)$, $(122, 123)$ etc. - 2 Punkte
b)$[(0, 1)] = \{(a, b)|a, b \in \mathbb{N}\ mit\ (a, b)\ R\ (0, 1)\} = \{(a, b)|a, b \in \mathbb{N}\ mit\ 0+b = a+1\} = \{(a, b)|a, b \in \mathbb{N}\ mit\ a - b = -1\}$ - 4 Punkte, zwei für richtige Mengenschreibweis, zwei für richtige Bildungsvorschrift
c)$(a, b)\ R\ (c, d)$, also $a + d = c + b \Rightarrow c + b = a + d$, also $(c, d)\ R\ (a, b)$. - 4 Punkte, zwei für richtige Übertragung von symmetrisch auf Problem, zwei für richtige Ausführung

2) a) durch alle Teiler von 60 teilbar; durch 2,2,3,5 teilbar; durch 2,3,10 teilbar etc - 4 Punkte, zwei für richtige Vorstellung von Teilbarkeit, zwei für richtige Antwort
b) teilbar durch 4,3,5 zum Beispiel und den dazugehörigen TB-Regeln (letzten beiden Stellen, hinten durch 0 oder 5 und Quersumme durch 3) oder 2,3,10 (hinten 0, Quersumme durch 3) - 4 Punkte, zwei für richtige Kombination von Teilern, zwei für richtige Regeln
c) nur Quersumme fehlt noch, also z.B. 3 (oder 6 oder 9); oder zu Fuß ($240 : 60 = 4, 2700 : 60 = 450$, etc..) - zwei Punkte

Aufgabe 14 (6 Punkte - **zweite Wahlaufgabe**)
Wählen Sie zwischen 1) und 2)! Nur eine dieser Aufgaben wird gewertet! Streichen Sie die nicht gewählte Aufgabe deutlich durch!

1) Robert schreibt folgende Rechnung an die Tafel:
$572 + 8 = 580 + 20 = 600 + 50 = 650 + 1 = 651 \quad \Rightarrow$ Es bleiben noch 79 übrig.

   (a) Welche Rechenaufgabe hat Robert hier gelöst?

   (b) Erläutern Sie kurz Roberts Rechenstrategie.

   (c) Welchen Notationsfehler hat Robert gemacht?

2) Bestimmen Sie die Summe der ersten 50 Vielfachen von 72.
Geben Sie Ihren Rechenweg an! Ihr Ergebnis sollte am Ende eine Zahl sein!

1) a) Rechenaufgabe: $651 - 572 (= 79)$ - 2 Punkte
b) Ergänzen zum nächsten Zehner, Hunderter, etc. (Text, Rechenstrich,..) - 2 Punkte
c) ist keine Gleichungskette; Gleichheitszeichen falsch; ... - 2 Punkte

2) $\sum_{i=1}^{50} i \cdot 72 = 1 \cdot 71 + 2 \cdot 72 + ... + 50 \cdot 72 = 72 \cdot \frac{50 \cdot 51}{2} = 72 \cdot 25 \cdot 51 = 1800 \cdot 51 = 91800$ - 6 Punkte, zwei für Problem formalisieren, zwei für Rechenweg, zwei für richtiges Ergebnis

Schmierzettel - für Notizen, Ideen, Nebenrechnungen..
Dieser Zettel wird bei der Korrektur nicht berücksichtigt!